

Cvičení 5 – Topologické uspořádání, souvislost

Artikulace

Lemma 1 Vrchol v není artikulace \Leftrightarrow pro každé dva jeho sousedy $x \neq y$ existuje kružnice, která obsahuje hrany vx a vy .

Úloha 1 (Artikulace) Vymyslete algoritmus, který nalezne všechny artikulace v neorientovaném grafu.

Návod:

1. Rozmyslete, kdy je artikulací kořen DFS stromu.
2. Definujme relaci na hranách $e \approx f$, pokud $e = f$, nebo e a f leží na společné kružnici. Dokažte, že je to ekvivalence. Třídám této relace říkáme *bloky*.
3. Ukažte, že podmínku z lemmatu pro vrchol v stačí ověřit pro dvojice vrcholů (u, w) , kde uv je stromová hrana nahoru z v a vw je stromová hrana dolů z v .
4. Ukažte, jak podmínku ověřit pomocí $in(v)$ a $low(v)$, upravte algoritmus na hledání mostů aby hledal artikulace.

Topologické uspořádání

DAG je acyklický orientovaný graf.

Úloha 2 (Poznávání DAGů) Jak pro zadaný orientovaný graf rozhodnout, jestli je to DAG?

Úloha 3 (Paralelní plánování) Máme velký projekt, např. chceme postavit dům. Sestavíme si závislostní graf všech činností, které jsou potřeba. U každé činnosti si poznamenejme, jak dlouho bude (nejspíš) trvat. Máme k dispozici neomezeně mnoho pracovníků, takže



Jakub Komárek

komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz

<https://jakoma02.cz/teaching/ls24/ads1/>

můžeme vykonávat libovolně činností najednou, ale musíme dodržet závislosti (tedy než začneme nějakou činností, musí být hotové všechny činnosti, na kterých závisí). Spočítejte pro každou činnost, kdy s ní začít, abychom projekt dokončili co nejdříve.

Úloha 4 (*Nejdelší cesty*) Na vstupu máme acyklický orientovaný graf (DAG) s délkami hran $\ell : E \rightarrow \mathbb{R}^+$. Pro dané dva vrcholy u a v nalezněte počet nejdelších cest z u do v a jejich délku.

Úloha 5 (*Jednoznačnost TU*) Jakou vlastnost má graf, jehož topologické uspořádání je jednoznačné?

Úloha 6 (*Abecední pořadí*) Dostali jsme slovník tajemného jazyka setříděný lexikograficky. Pokuste se podle slovníku určit, jaké pořadí znaků v abecedě jazyk používá.

Silná souvislost

Úloha 7 (*Superzdroj*) V nesouvislých grafech se dá opakovanému spouštění DFS, dokud není celý graf prohledán, vyhnout přidáním „superzdroje“. Co se při tom stane s grafem komponent silné souvislosti?

Úloha 8 (*Zelené vrcholy*) V orientovaném grafu jsou některé vrcholy obarvené zeleně. Jak zjistit, jestli existuje cyklus obsahující alespoň jeden zelený vrchol?



Jakub Komárek

komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz

<https://jakoma02.cz/teaching/l24/ads1/>