

## Cvičení 2 – Počítání na RAMu

Přehled RAMu:

- Buňky  $[0], [1], \dots, A = [-1], B = [-2], \dots$
- Přímá adresace:  $[0], A$
- Nepřímá adresace:  $[[0]], [A]$
- Přiřazení:  $[0] \leftarrow 5, A \leftarrow 3 * [[1]]$
- Aritmetika:  $+, -, *, /, \%$
- Bitové operace:  $\&, |, ^, \ll, \gg$
- Podmínky:  $=, >, <, \leq, \geq, \neq$
- Zastavení `halt`
- `if <podmínka> then <instrukce>`
- Skok `goto <návěští>`

### Otůkáváme RAM

**Úloha 1** Rozmyslete si, jak přepisovat do RAMu konstrukce z vyšších programovacích jazyků:

- a) Složitější podmínky, cykly
- b) Volání funkce, která nevolá další funkce
- c) Volání obecné funkce, rekurze

**Úloha 2** Jak na RAMu napsat program, který používá více neomezených polí?

**Úloha 3\*** Jak na RAMu prohodit obsah dvou buněk, aniž bychom použili jakoukoliv jinou buňku?

**Úloha 4\*** (*Interaktivní RAM*) Na naší verzi RAMu dostanou všechny programy hned na začátku celý vstup, pak nějakou dobu počítají a nakonec vydají celý výstup. Někdy se hodí dostávat vstup po částech a průběžně na něj reagovat. Navrhněte rozšíření RAMu, které to umožní.



Jakub Komárek

[komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz](mailto:komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz)

<https://jakoma02.cz/teaching/ls24/ads1/>

## Zneužíváme RAM

**Úloha 5** Mějme model RAM s neomezenou velikostí čísel. Vymyslete, jak zakódovat libovolně mnoho celých čísel  $c_1, \dots, c_n$  do jednoho čísla  $C$  tak, aby původní čísla šla jednoznačně dekodovat.

**Úloha 6** (*Konstantní paměť*) Navrhněte postup, jak v případě neomezené kapacity paměťové buňky pozměnit libovolný program na RAMu tak, aby používal jen konstantně mnoho buněk. Program můžete libovolně zpomalit.

[Bonus: Kolik nejméně buněk je potřeba?]

**Úloha 7** (*Násobení matic*) Předpokládejme jednotkovou cenu instrukce s neomezenými čísly. Ukažte, jak násobit čtvercové matice v čase  $\mathcal{O}(n^2)$ . Návod:

- Vymyslete, jak v čase  $\mathcal{O}(n)$  zakódovat dva vektory  $n$  celých čísel, abychom mohli v konstantním čase spočítat skalární součin těchto dvou vektorů.
- Z toho odvoďte algoritmus pro násobení matic v čase  $\mathcal{O}(n^2)$ .

**Úloha 8\*** Jak na RAMu v konstantním čase otestovat, jestli je číslo mocninou dvojky?

## Rekurzivní hádanky

**Úloha 9\*** Co dělají následující funkce?

$f(x, y)$ :

```
if x==0 => return y
else => return f((x&y) << 1, x^y)
```

$g(x, y)$ :

```
if y==0 => return 0
else if even(y) => return 2*g(x, y/2)
else => return 2*g(x, y/2) + x
```



Jakub Komárek

[komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz](mailto:komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz)

<https://jakoma02.cz/teaching/ls24/ads1/>