

Cvičení 11 – Hešování, rekurence

Amortizace

Úloha 1 (*Fronta pomocí zásobníků*) Mějte dva zásobníky neomezené kapacity. Jak pomocí nich implementovat frontu? Pokuste se dosáhnout amortizované složitosti $\mathcal{O}(1)$ na operaci.

Hešování

Úloha 2 (*Opravdové mazání pro srůstající řetězce*) Uvažujme hešování s otevřenou adresací a lineárním přidáváním. Mazání jsme na přednášce vyřešili pouze označením prvku za smazaný a pokud takto označíme $\Omega(n)$ prvků, tabulku přebudujeme, což vede na amortizovanou složitost $\mathcal{O}(1)$.

Navrhňte provedení mazání, které skutečně smaže prvek z tabulky v čase stejném jako přidání prvku a (neúspěšné) hledání.

Úloha 3 (*Náhodná funkce*) Chceme vygenerovat dokonale náhodnou hešovací funkci $h : \mathcal{U} \rightarrow [m]$. Jak velká bude její reprezentace?

Rozděl a panuj

Věta (Kuchařková). *Rekurentní rovnice $T(n) = a \cdot T(n/b) + \Theta(n^c)$, $T(1) = 1$ má pro konstanty $a \geq 1, b > 1, c \geq 0$ řešení:*

- $T(n) = \Theta(n^c \log n)$, pokud $a/b^c = 1$;
- $T(n) = \Theta(n^c)$, pokud $a/b^c < 1$;
- $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, pokud $a/b^c > 1$.

Úloha 4 (*Vícecestný MergeSort*) Upravme MergeSort, aby rozdělil pole na k částí, ty pak setřídil rekurzivně a slil. V jakém čase lze slévat k setříděným polí o celkové délce n ? Jaká je pak celková časová složitost vícecestného MergeSort? Jaké se vyplatí zvolit k ?



Jakub Komárek

komarek+ads1@iuuk.mff.cuni.cz

<https://jakoma02.cz/teaching/ls24/ads1/>

Úloha 5 (*Rekurence*) Vyřešte následující rekurence (kde vždy máme $T(1) = 1$):

- a) $T(n) = T(n/2) + \Theta(1)$
- b) $T(n) = 16T(n/4) + \Theta(n)$
- c) $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^2)$
- d) $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^2)$
- e) $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^3)$
- f) $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^3)$
- g) $T(n) = 9T(n/2) + \Theta(n^3)$

Úloha 6 (*Nekuchařkové rekurence*)

- a) $T(n) = 2T(n-1) + \Theta(1)$
- b) $T(n) = T(n-1) + \Theta(n)$
- c) $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log n)$
- d) $T(n) = \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + \Theta(n)$
- e) $T(n) = T(n/3) + T(n/7) + n$

Úloha 7 (*Převod mezi soustavami*) Mějme n -ciferné číslo v soustavě o základu z a chceme ho převést do soustavy o jiném základu (z považujeme za konstantu). Ukažte, jak to metodou Rozděl a panuj zvládnout v čase $\mathcal{O}(M(n) \cdot \log n)$, kde $M(n)$ je čas potřebný na násobení n -ciferných čísel v soustavě o novém základu.

