

## Cvičení 1 – Asymptotika, příklady

### Asymptotika

Mějme  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Řekneme, že  $f \in \mathcal{O}(g)$ , pokud

$$\exists n_0 \in \mathbb{N}, \exists c \in \mathbb{R}^+ : \forall n \geq n_0 : f(n) \leq c \cdot g(n).$$

**Úloha 1** Nalezněte co nejvíc asymptotických vztahů mezi funkcemi:  $n$ ,  $\log n$ ,  $\log \log n$ ,  $\sqrt{n}$ ,  $n^{\log n}$ ,  $2^n$ ,  $3^n$ ,  $n^{3/2}$ ,  $n!$ ,  $n^n$ .

**Úloha 2** Necht'  $f_1, f_2$  jsou funkce t.ž.  $f_1(n) \in \mathcal{O}(f_2(n))$ . Dokažte, že  $f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(f_2)$ .

**Úloha 3** Dokažte, že  $f + g \in \mathcal{O}(\max(f, g))$ .

### Algoritmické příklady

**Úloha 4** (*Házení vajíčka*) Máme 102-patrový mrakodrap a víme, že hodíme-li vajíčko z alespoň  $K$ -tého patra, rozbije se. Jak zjistit  $K$  na co nejméně pokusů (v nejhorším případě), máme-li k dispozici

- jedno vajíčko,
- neomezeně mnoho vajíček,
- dvě vajíčka,
- [bonus: tři vajíčka, popř. obecně  $v \in \mathbb{N}$  vajíček]?

**Úloha 5** (*Součet dvojice*) Na vstupu je setříděné pole délky  $N$  a číslo  $K$ . Vymyslete algoritmus, který v poli najde co nejefektivněji dvojici čísel, jež mají součet přesně  $K$ , případně vrátí, že tam taková dvojice není. Pokud je takových dvojic více, stačí vrátit jednu libovolnou.

**Úloha 6** (*Nejbohatší úsek*) Máme zadanou posloupnost celých čísel  $x_1, \dots, x_n$  a chceme v ní nalézt úsek (tj. souvislou podposloupnost), jehož součet je největší možný.

**Úloha 7** (*Součet úseku*) Máme zadanou posloupnost kladných celých čísel  $x_1, \dots, x_n$  a chceme v ní nalézt úsek se součtem přesně  $K$  pro zadané  $K$ .